Ministero Dell'Istruzione
CENTRO PROVINCIALE ISTRUZIONE ADULTI DI UDINE
UDINE - CIVIDALE DEL FRIULI – CODROIPO – GEMONA DEL FRIULI - SAN GIORGIO DI N. – TOLMEZZO
Via Diaz n° 60 – 33100 UDINE (UD) – telefono 0432500634
Codice fiscale 94134770307 - *Codice Scuola – UDMM098007*
e-mail: UDMM098007@istruzione.gov.it *Posta certificata:* - UDMM098007@pec.istruzione.it
Sito web www.cpiaudine.edu.it

Secondo periodo didattico	**Asse matematico-scientifico-tecnologico** **Matematica**
COMPETENZA N. 1	**Uda: ARITMETICA E ALGEBRA**
Argomento: **Equazioni di primo grado**	**Ore Fad:**

ANNO SCOLASTICO 2021/2022

TITOLO: **EQUAZIONI DI PRIMO GRADO**	
CONTENUTI	- IDENTITA' ED EQUAZIONE - EQUAZIONE EQUIVALENTE - EQUAZIONE DI PRIMO GRADO - EQUAZIONI INTERE
MATERIALE DIDATTICO	**Testo**: studiare il contenuto del documento **Video**: https://www.youtube.com/watch?v=UU09LqyGzm8
Cosa impariamo a fare	Dallo studio del testo sarà possibile: - Definire un'equazione e classificarla - Risolvere equazioni di primo grado numeriche - Individuare strategie appropriate per risolvere problemi che hanno come modello equazioni
ISTRUZIONI PER LO STUDIO A CASA **Leggere il testo, rispondere ai quesiti in itinere e svolgere gli esercizi assegnati presenti in fondo all'unità.**	
VERIFICA/CONSEGNA	Inviare a COGNOME documento Google oppure COGNOME_FOTO.jpg Indica nell'OGGETTO della mail il COGNOME. **Scadenza:** 15 giorni

Equazioni di primo grado numeriche intere

1. Introduzione alle equazioni
Che cos'è un'equazione?
Scritture come:

$9=3^2$ $\quad \frac{1}{5} = 5^{-1}$ $\quad 5^3 : 5^2 = 5$

sono costituite da numeri tra i quali è posto il simbolo di uguale: queste scritture, sono chiamate uguaglianze.
Anche una scrittura come $2x - 7= x + 3$ è un'uguaglianza, ma presenta un'importante differenza rispetto alle precedenti: l'uguaglianza non è tra numeri ma tra espressioni algebriche. In altre parole: nell'uguaglianza non compaiono solo numeri ma anche lettere.
Alle uguaglianze di questo tipo si dà un nome particolare.
Si chiama **equazione** ogni uguaglianza tra due espressioni, contenente una o più lettere.
Per esempio, sono equazioni:
$x+2(x-3) =x+1$, $\quad x^2 = 3x + 4$, $\quad x^2 + y^2 = 2$

L'espressione a sinistra del simbolo di uguaglianza si chiama **primo membro** dell'equazione;
l'espressione a destra del simbolo di uguaglianza si chiama **secondo membro** dell'equazione.
Per esempio, nell'equazione $x + 2(x - 3) = x + 1$, abbiamo che:

$$\underbrace{x + 2(x-3)}_{1° \text{ membro}} = \underbrace{x+1}_{2° \text{ membro}}$$

Le lettere che compaiono in un'equazione si chiamano incognite:
- le incognite sono le lettere di cui non è noto il valore numerico; la risoluzione di un'equazione consiste proprio nella ricerca dei numeri che, sostituiti al posto delle incognite, la trasformano in un'uguaglianza vera;

ESEMPIO:
$x + 2(x-3) = x + 1$ è un'equazione nell'incognita x

Un' **equazione** è in **forma normale** se al primo membro ha un solo termine contenente l'incognita e al secondo membro ha solo un termine noto.
$4x = 5$, $\quad 7x = 9$ $\quad$ o $\quad 12x = 7$ sono equazioni ridotte a forma normale.

Classificazione delle equazioni
Un'equazione in cui l'incognita non figura in alcun denominatore si dice *intera*;
un'equazione in cui l'incognita compare in almeno un denominatore si dice *frazionaria*.

a. $x + x^2 = 2x + \frac{1}{2}$ è un'*equazione intera* perché al denominatore c'è un numero.

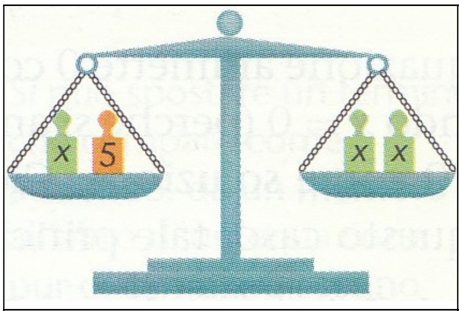
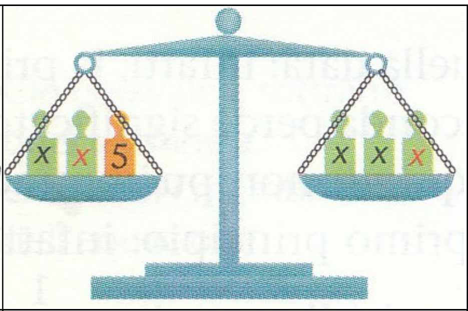
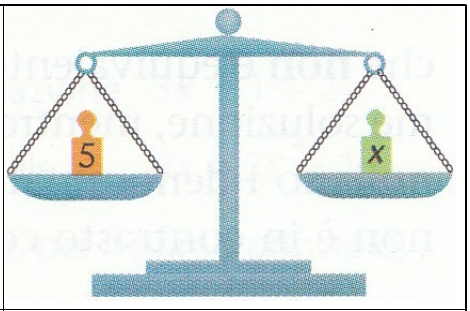
b. $x + x^2 = 2x + \frac{1}{x+1}$ è un'*equazione frazionaria* perché l'incognita compare anche al denominatore.

Le soluzioni di un'equazione
Risolvere un'equazione nell'incognita x significa determinare, se esistono, i numeri che, sostituiti al posto di x, la trasformano in un'uguaglianza vera: questi numeri si chiamano soluzioni o radici dell'equazione. Se un certo numero è una soluzione, si dice anche che questo numero soddisfa o verifica l'equazione data.

2. Principi di equivalenza per le equazioni

Equazioni equivalenti
Le due equazioni x - 2 = 0 e 5x – 10 = 0 hanno entrambe come insieme delle soluzioni S= {2}.
Due equazioni nelle stesse incognite si dicono **equivalenti** se hanno lo stesso insieme delle soluzioni.
Presentiamo ora delle regole che permettono di trasformare una data equazione in un'altra equazione, equivalente a quella originaria.
Queste regole ci saranno utili, successivamente, per risolvere le equazioni.

Il primo principio di equivalenza
Consideriamo l'equazione:
x + 5 = 2x
Osserva la seguente classica interpretazione dell'equazione:

		
Possiamo interpretare l'equazione rifacendoci all'immagine di una bilancia avente su un piatto un peso di x grammi più uno di 5 grammi e sull'altro due pesi di x grammi: dal momento che c'è uguaglianza tra i pesi dei due piatti, dobbiamo pensare la bilancia in *equilibrio*.	Se aggiungiamo un peso di x grammi a un piatto, per mantenere l'equilibrio dobbiamo aggiungerlo anche all'altro. Formalmente: $x + 5 + x = 2x + x$	Se togliamo un peso di x grammi da un piatto, per mantenere l'equilibrio dobbiamo toglierlo anche dall'altro. Formalmente: $x + 5x - x = 2x - x$

Questa interpretazione suggerisce che, come in una bilancia non si altera l'equilibrio togliendo o aggiungendo lo stesso peso ai due piatti, così, togliendo o aggiungendo una stessa "quantità" a entrambi i membri di un'equazione, si ottiene un'equazione equivalente.
Questo è sostanzialmente il contenuto del primo principio di equivalenza.

Enunciato: Aggiungendo o sottraendo a entrambi i membri di un'equazione un numero o una espressione algebrica definita per tutti i valori delle variabili che vi compaiono, si ottiene un'equazione equivalente a quella data.

Il secondo principio di equivalenza

Abbiamo visto che aggiungendo o sottraendo a entrambi i membri di un'equazione una stessa “quantità" si ottiene un'equazione equivalente.
Se invece di addizionare o sottrarre una stessa quantità moltiplichiamo o dividiamo entrambi i membri di un'equazione per una stessa quantità, otteniamo ancora un'equazione equivalente?

La risposta è affermativa, purché la quantità per cui si moltiplica o si divide sia sempre diversa da zero.

Enunciato: Moltiplicando o dividendo entrambi i membri di un'equazione per un numero diverso da zero si ottiene un'equazione equivalente a quella data.

ESEMPI

a. Moltiplicando entrambi i membri dell'equazione x + 2 = x per il numero 3, otteniamo l'equazione equivalente 3x + 6 = 3x.
b. Dividendo entrambi i membri dell'equazione 10x + 30 = 100 per il numero 10, otteniamo l'equazione equivalente x + 3 = 10.

Quando si vuole applicare il secondo principio di equivalenza, è essenziale controllare che l’espressione per cui si moltiplica (o si divide) sia sempre definita e non si annulli mai.

Conseguenze dei principi di equivalenza

Conseguenze del 1° principio	**Giustificazione**	**Esempio**
Si può spostare un termine, che compare come addendo, da un membro all'altro di un'equazione pur di cambiargli segno (regola del trasporto).	Ciò equivale a sottrarre quel termine a entrambi i membri dell'equazione.	L'equazione $3x = 1 + 2x$ equivale a: $3x - 2x = 1$ Infatti, per il primo principio, $3x = 1 + 2x$ equivale a: $3x - 2x = 1 + 2x - 2x$ ossia a: $3x - 2x = 1$
Se un certo termine compare come addendo sia in uno sia nell'altro membro di una equazione, può essere soppresso.	Ciò equivale a sottrarre quel termine da entrambi i membri dell'equazione.	$x^2 + 3x = 7 + 3x$ equivale, sopprimendo $+3x$, a: $x^2 = 7$

Conseguenze del 2° principio	**Giustificazione**	**Esempio**
Se tutti i termini di un'equazione hanno in comune un fattore non nullo, si possono dividere i due membri per quel fattore.	È una diretta applicazione del secondo principio.	$4x + 6 = 12$ è equivalente, dividendo tutti i termini per 2, all'equazione: $2x + 3 = 6$
Si possono cambiare i segni di tutti i termini di un'equazione.	Ciò equivale a moltiplicare entrambi i membri per —1.	$x^2 - 6x + 5 = 0$ è equivalente a $-x^2 + 6x - 5 = 0$
Si può trasformare un'equazione a coefficienti frazionari in una equivalente a coefficienti interi.	Basta moltiplicare entrambi i membri dell'equazione per il minimo comune multiplo dei denominatori dell'equazione.	$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x = 4$ m.c.m.(2,3) = 6 è equivalente a: $6(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x) = 6 \cdot 4$ ossia a: $3x + 2x = 24$

Il grado di un'equazione

Il **grado** di un'**equazione** è il massimo esponente con cui compare l'incognita in un’equazione ridotta in forma normale.

ESEMPI

Stabiliamo il grado delle seguenti equazioni:

a. $x^2 + 2x + 1 = 0$ b. $2x + 1 = 0$ $(x + 1)^2 = x^2 + 2$

a. L'equazione $x^2 + 2x + 1 = 0$ è in forma normale ed è di secondo grado.

b. L'equazione $2x + 1 = 0$ è in forma normale ed è di primo grado.

c. A differenza del due esempi precedenti, l'equazione non è in forma normale.

Per determinare il grado dell'equazione, dobbiamo prima riscriverla in tale forma.

Sviluppando il quadrato, l'equazione diventa: $x^2 + 2x + 1 = x^2 + 2$

Portando tutti i termini al primo membro abbiamo l'equazione:
$x^2 + 2x + 1 - x^2 - 2 = 0$

e infine, riducendo i termini simili, otteniamo la forma normale dell'equazione: $2x - 1 = 0$.

Vediamo così che l'equazione è di primo grado.

3. Equazioni intere di primo grado

Procedimento per risolvere un'equazione di primo grado intera.
Le più semplici equazioni di primo grado nell'incognita x che si possono presentare sono quelle della forma:
ax =b dove a e b sono numeri reali, con a≠0. Per esempio:
3x = -2 2x = 7 -x = +3

Le equazioni di questo tipo si risolvono immediatamente: basta dividere i due membri dell'equazione per il coefficiente di x (secondo principio di equivalenza);
per esempio:

3x = -2 equivale a $\frac{3x}{3} = \frac{-2}{3}$, da cui $x = -\frac{2}{3}$

2x = 1 equivale a $\frac{2x}{2} = \frac{1}{2}$, da cui $x = \frac{1}{2}$

-x = +3 equivale a $\frac{-x}{-1} = \frac{+3}{-1}$, da cui $x = -3$

Per risolvere una generica equazione intera di primo grado basta ricondursi, mediante i principi di equivalenza e le regole del calcolo algebrico, a un'equazione del tipo ax = b e risolvere l'equazione che si è così ottenuta.
Esaminiamo inizialmente equazioni che si riconducono a equazioni del tipo ax = b, con $a \neq 0$.

ESEMPIO

Equazione a coefficienti interi

Risolviamo l'equazione:

$2x - (3x + 4) = 4x - (x - 6)$

Procediamo scrivendo la seguente catena di equazioni equivalenti.

$2x - (3x + 4) = 4x - (x - 6)$	Equazione da risolvere
$2x - 3x - 4 = 4x - x + 6$	Abbiamo tolto le parentesi
$2x - 3x - 4x + x = +6 + 4$	Abbiamo portato tutti i termini in x al primo membro e tutti i termini numerici al secondo (1° principio)
$-4x = +10$	Riducendo i termini simili
$\frac{-4x}{-4} = \frac{+10}{-4}$	Dividendo entrambi i membri per -4 (2° principio)
$x = \frac{+10}{-4} = -\frac{5}{2}$	Semplificando

Pertanto, l'equazione è determinata e il suo insieme delle soluzioni è: $S = \left\{-\frac{5}{2}\right\}$

In generale, le equazioni di primo grado a coefficienti interi si risolvono eseguendo passaggi analoghi a quelli illustrati nel precedente esempio.
Le equazioni di primo grado a coefficienti frazionari, come abbiamo già osservato discutendo i principi di equivalenza, si possono ricondurre a equazioni a coefficienti interi: basta moltiplicare entrambi i membri per il minimo comune multiplo dei denominatori che compaiono nell'equazione.

Risolviamo l'equazione: $\frac{1}{2}x+\frac{x-1}{3}=2-\frac{x-1}{12}$

$\frac{1}{2}x+\frac{x-1}{3}=2-\frac{x-1}{12}$	Il m.c.m. dei denominatori è 12
$12\left(\frac{1}{2}x+\frac{x-1}{3}\right)=12\left(2-\frac{x-1}{12}\right)$	Moltiplicando entrambi i membri per 12, otterremo un'equazione equivalente a coefficienti interi
$12\cdot\frac{1}{2}x+12\cdot\frac{x-1}{3}=12\cdot 2-12\cdot\frac{x-1}{12}$	Proprietà distributiva
$6x+4(x-1)=24-(x-1)$	Attenzione alle parentesi tonde introdotte: sono essenziali!
$6x+4x-4=24-x+1$	Svolgendo i calcoli
$6x+4x+x=24+1+4$	Portando tutti i termini con la x al primo membro e quelli numerici al secondo.
$11x=29$	Riducendo i termini simili
$x=\frac{29}{11}$	Dividendo entrambi i membri per 11 (2° principio)

Pertanto l'equazione è determinata e il suo insieme delle soluzioni è $S=\left\{\frac{29}{11}\right\}$

Verifica delle soluzioni

Una volta che si è risolta un'equazione, si può effettuare la verifica delle soluzioni, cioè controllare che le soluzioni trovate siano effettivamente corrette.

Per fare ciò basta sostituire nell'equazione iniziale al posto dell'incognita il numero trovato come soluzione e controllare che questo numero renda effettivamente uguali i due membri dell'equazione.

In uno degli esempi precedenti abbiamo trovato che l'equazione:

$2x-(3x+4)=4x-(x-6)$

ha come soluzione:

$x=-\frac{5}{2}$

VERIFICA

$2x-(3x+4)=4x-(x-6)$

$2\left(-\frac{5}{2}\right)-\left[3\left(-\frac{5}{2}\right)+4\right]\stackrel{?}{=}4\left(-\frac{5}{2}\right)-\left(-\frac{5}{2}-6\right)$

$-5+\frac{15}{2}-4$ $\qquad\qquad$ $-10+\frac{5}{2}+6$

$-\frac{3}{2}$ $\qquad\qquad$ $-\frac{3}{2}$

I due membri assumono lo stesso valore quando $x=-\frac{5}{2}$, quindi $-\frac{5}{2}$ è una soluzione corretta.

Equazioni impossibili o indeterminate

Negli esempi precedenti siamo giunti a equazioni del tipo:

ax = b

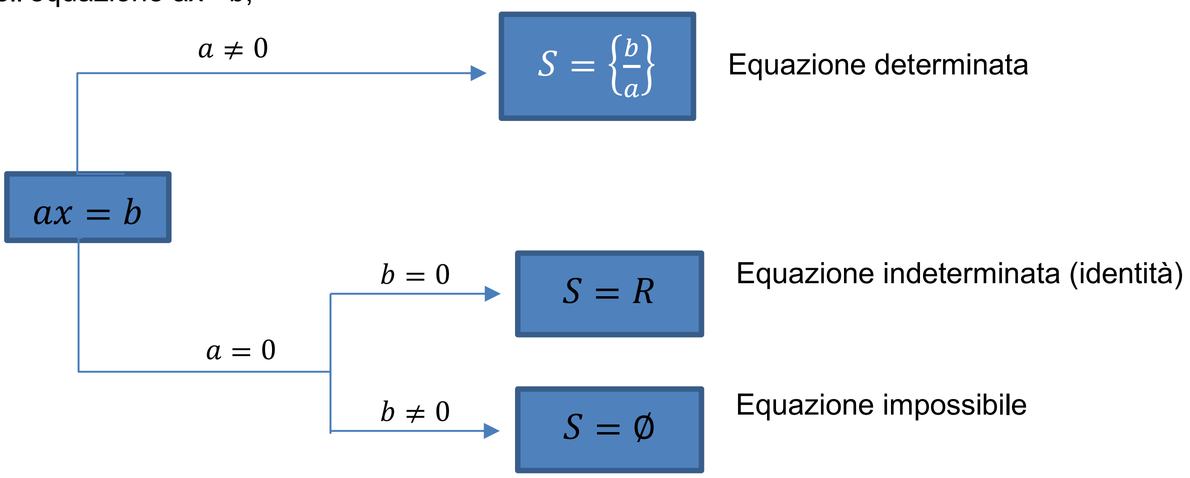
con a numero reale diverso da zero. Essendo $a \neq 0$, abbiamo potuto applicare il secondo principio di equivalenza e dividere entrambi i membri per *a*; abbiamo così ottenuto: $x = \frac{b}{a}$.

Può tuttavia capitare che si giunga a un'equazione del tipo 0x = b; un'equazione, cioè, in cui a = 0. Che cosa accade in questo caso?

Se b = 0, l'equazione assume la forma 0x = 0 ed è verificata per ogni x $\in$ R, perché qualsiasi numero reale, moltiplicato per 0, dà come risultato 0 (0 è elemento assorbente rispetto alla moltiplicazione). L'equazione è indeterminata: precisamente, è un'identità.

Se $b \neq 0$, l'equazione 0x = b non è verificata per alcun valore di x, perché nessun numero reale, moltiplicato per 0, dà come risultato un numero diverso da zero.
L'equazione è impossibile: l'insieme delle soluzioni dell'equazione è vuoto.

Riassumiamo nel seguente diagramma ad albero i vari casi che si possono presentare nella risoluzione dell'equazione ax= b,



ESEMPI

Risolviamo le equazioni:

a. $(x+1)^2 = (x-1)^2 + 4x + 1$
b. $(x+1)(x-1) = (x-1)^2 + 2x - 2$

a. Svolgendo i quadrati l'equazione si riscrive nella forma:

$x^2 + 2x + 1 = x^2 - 2x + 1 + 4x + 1$

ossia, portando tutti i termini con la x al primo membro e quelli numerici al secondo:

$2x + 2x - 4x = +1 + 1 - 1$

da cui:

$0 \cdot x = 1$

Questa equazione non ha soluzioni perché nessun numero, moltiplicato per 0, dà come risultato 1, quindi l'equazione è *impossibile*; l'insieme delle soluzioni è:

$S = \emptyset$

b. Svolgendo i prodotti notevoli l'equazione si riscrive nella forma:
$x^2 - 1 = x^2 - 2x + 1 + 2x - 2$
ossia, portando tutti i termini con la x al primo membro e quelli numerici al secondo:
$2x - 2x = 1 - 2 + 1$

$0 \cdot x = 0$

Questa equazione è verificata da ogni numero reale perché qualsiasi numero, moltiplicato per 0, dà come risultato 0, quindi l'insieme delle soluzioni è S = R: l'equazione è un'*identità*.

$S = \mathbf{R}$

Per concludere
Riepilogando, il procedimento da seguire per risolvere un'equazione intera di primo grado è il seguente.
1° passo: Se l'equazione è a coefficienti frazionari si moltiplicano entrambi i membri per il minimo comune multiplo dei denominatori, in modo da ricondursi a un'equazione a coefficienti interi.

2° passo: Si svolgono gli eventuali calcoli ai due membri dell'equazione, togliendo tutte le parentesi.

3° passo: Si trasportano tutti i termini con la x al primo membro e tutti i termini numerici al secondo.

4° passo: Si risolve l'equazione del tipo ax = b cui ci si è ricondotti nel passo precedente.

La tabella qui sotto riassume le soluzioni che un'equazione di primo grado può presentare.

Equazione che si ottiene dopo avere ricondotto l'equazione alla forma ax=b	Tipo di equazione	Numero di soluzioni	Insieme delle soluzioni
ax=b, con a≠0	Determinata	Una sola	$S = \left\{\frac{b}{a}\right\}$
0x=0	Indeterminata	Infinite	S=R
0x=b, con $b \neq 0$	Impossibile	Nessuna	$S = \emptyset$

ESERCIZI

$\frac{1}{2}x - \frac{x+2}{3} = x - \frac{1}{6}$ $\left[-\frac{3}{5}\right]$

$\frac{1}{6}x - \frac{8}{3} = \frac{1}{2}x - 2 - \frac{x+2}{3}$ [indeterminata]

$(x-1)^2 = (x+1)^2$ [0]

$(x+1)^2 = 2(x+3) + (x-1)(x+1)$ [impossibile]

4. Problemi che hanno come modello un'equazione di primo grado

Ora abbiamo a disposizione un nuovo e potente modello matematico per affrontare i problemi: le equazioni. Per esempio, consideriamo il seguente classico quesito:
"Un mattone pesa 1 kg più mezzo mattone; quanto pesa il mattone?"
Invece di procedere per tentativi, possiamo risolvere facilmente l'indovinello in questo modo: indichiamo con l'incognita x il peso, in kg, del mattone e traduciamo l'informazione espressa dal problema in un'equazione:

$$\overbrace{x}^{\text{Il peso del mattone}} \quad \overbrace{=}^{\text{è uguale a}} \quad \overbrace{1}^{\text{1 kg}} \quad \overbrace{+}^{\text{più}} \quad \overbrace{\frac{1}{2}x}^{\text{mezzo mattone}}$$

Risolvendo l'equazione $x = 1 + \frac{1}{2}x$, si trova che x = 2; quindi possiamo concludere che il mattone pesa 2 kg.

Schema logico per la risoluzione di un problema, utilizzando come modello un'equazione

1. Familiarizzazione con il problema - Si tratta di leggere attentamente il testo del problema e individuare i dati e l'obiettivo.
2. Costruzione del modello algebrico - Questa è la fase più delicata. Si articola nelle seguenti tre sottofasi:
   a. scegliere, fra gli elementi non noti, uno da indicare come incognita (la scelta dell'incognita, in generale, non è unica: uno stesso problema può essere risolto in modi diversi, a seconda dell'incognita fissata, e una scelta opportuna può semplificare i calcoli);
   b. individuare il dominio (insieme dei valori che la x può assumere); per esempio, se indichiamo con x la misura di un segmento, dovrà essere x > 0);
   c. costruire l'equazione che costituisce il modello del problema (a seconda della scelta dell'incognita, si possono trovare equazioni differenti).
3. Risoluzione dell'equazione
4. Verifica dell'accettabilità della soluzione e risposta

Si articola nelle seguenti due sottofasi:
   a. stabilire se la soluzione dell'equazione è accettabile anche come soluzione del problema (per esempio, se indichiamo con x la misura di un segmento, dovrà essere x > 0: quindi se, risolvendo l'equazione, si trovasse una soluzione negativa, questa sarebbe da scartare perché non avrebbe senso in relazione al problema);
   b. concludere, scrivendo la risposta.

ESEMPI

❖ Un televisore, dopo che è stato praticato uno sconto del 12% sul prezzo originario, è stato pagato 308 euro. Qual era il prezzo originario del televisore?

Familiarizziamo con il problema
Dati
- *Sconto subito dal prezzo del televisore 12 %*
- *Prezzo scontato 308 euro*

Obiettivo

- *Il prezzo originario del televisore*

Costruiamo il modello algebrico del problema

- Indichiamo con l'incognita x il prezzo originario del televisore (che è il nostro obiettivo).
- Osserviamo che deve essere x > 308 (poiché il prezzo originario deve essere maggiore del prezzo scontato).
- Per determinare x, impostiamo un'equazione che tiene conto dei dati.

L'equazione è la seguente.

$$\underbrace{x}_{\text{Il prezzo originario}} \quad \underbrace{-}_{\text{meno}} \quad \underbrace{\frac{12}{100}}_{\text{il 12\%}} \quad \underbrace{\cdot}_{\text{del}} \quad \underbrace{x}_{\text{prezzo originario}} \quad \underbrace{=}_{\text{è uguale al}} \quad \underbrace{308}_{\text{prezzo scontato}}$$

Ossia:

$x - \frac{3}{25}x = 308$ osserva che $\frac{12}{100} = \frac{3}{25}$

Risolviamo l'equazione

$$x - \frac{3}{25}x = 308$$

$25x - 3x = 308 \cdot 25$ Moltiplicando entrambi i membri per 25

$22x = 308 \cdot 25$

$$x = \frac{308 \cdot 25}{22} = 350$$

Verifichiamo l'accettabilità della soluzione e rispondiamo

La soluzione trovata è accettabile (infatti è maggiore di 308).
Concludiamo che il prezzo originario del televisore era di 350 euro.

❖ Determinare tre numeri naturali consecutivi la cui somma sia uguale a 45.

Familiarizziamo con il problema

Dati

- *Somma di tre numeri naturali consecutivi* 45

Obiettivo

- *Trovare i tre numeri*

Costruiamo il modello algebrico del problema

In questo problema le incognite sono apparentemente tre, ma se indichiamo con x uno dei tre numeri, possiamo esprimere gli altri due in funzione di x (perché sappiamo che i tre numeri sono consecutivi): quindi basta una sola incognita per formalizzare il problema.

La scelta di quale dei tre numeri indicare con x è arbitraria (cioè: la decisione di quale dei tre numeri indicare con la x spetta a chi risolve il problema).
Per far vedere, a titolo d'esempio, le analogie e le differenze nel risolvere un problema con incognite diverse, ti proponiamo, in parallelo, sia la risoluzione scegliendo come incognita il numero minore, sia quella scegliendo come incognita il numero intermedio; invitiamo te a risolvere il problema scegliendo come incognita il numero maggiore.

Indicando con x il numero minore

- Se x è il numero minore, gli altri due sono x+1 e x+2.
- L'incognita x varia nell'insieme dei numeri naturali.
- Il fatto che la somma dei tre numeri consecutivi sia uguale a 45 si traduce nell'equazione:
  $x+(x+1)+(x+2)=45$

Indicando con x il numero intermedio

- Se x è il numero intermedio, gli altri due sono x-1 e x+1.
- L'incognita x varia nell'insieme dei numeri naturali diversi da zero.
- Il fatto che la somma dei tre numeri consecutivi sia uguale a 45 si traduce nell'equazione:
  $(x-1)+x+(x+1)=45$

Risolviamo l'equazione

Indicando con x il numero minore

$x+(x+1)+(x+2) = 45$
$3x+3 = 45$
$3x = 42$
$x =14$

Indicando con x il numero intermedio

$(x-1)+x+(x+1) = 45$
$3x = 45$
$x = 15$

Verifichiamo l'accettabilità delle soluzioni e rispondiamo

Indicando con x il numero minore

- La soluzione dell'equazione trovata, x =14, è un numero naturale, quindi è una soluzione accettabile in relazione al problema.
- Dal momento che il minore fra i tre numeri naturali cercati è 14, deduciamo che gli altri due sono 15 e 16. La conclusione è che i tre numeri naturali richiesti sono 14. 15 e 16.

Indicando con x il numero intermedio

- La soluzione dell'equazione trovata, x = 15, è un numero naturale diverso da zero, quindi è una soluzione accettabile in relazione al problema.
- Dal momento che il numero intermedio fra i tre numeri naturali cercati è 15, gli altri due sono 14 e 16. La conclusione è che i tre numeri naturali richiesti sono 14, 15 e 16.

❖ Si vuole formare la somma di 5 euro con 40 monete, alcune da 20 centesimi e altre da 50 centesimi. Quante monete da 20 e quante da 50 centesimi sono necessarie?

Familiarizziamo con il problema
Dati
- *Abbiamo a disposizione monete da 20 e da 50 centesimi*
- *Dobbiamo utilizzare complessivamente 40 monete*

Obiettivo
- *Trovare il numero di monete da 20 centesimi e il numero di monete da 50 centesimi, che diano luogo a una somma complessiva di 5 euro*

Costruiamo il modello algebrico del problema

- Indichiamo con x il numero di monete da 20 centesimi necessarie: così resta automaticamente determinato, in funzione di x, il numero di monete da 50 centesimi, che sarà uguale a 40 - x, dal momento che si vogliono utilizzare in tutto 40 monete.
- Qual è il dominio di x? Il numero x deve essere un numero naturale, minore o uguale a 40 che è il numero di monete che si vogliono utilizzare in totale: quindi deve essere $0 \leq x \leq 40$, con $x \in N$ (abbiamo incluso anche gli estremi, x=0 e x=40, che corrispondono ai casi in cui si utilizzano solo monete da 50 centesimi o solo monete da 20 centesimi, casi che non vengono esclusi dal problema).
- Per scrivere l'equazione ci aiutiamo con la seguente tabella.

Numero di monete	Tipo di monete	Valore delle monete (in euro)
X	20 centesimi	$\frac{20}{100}x = \frac{1}{5}x$
40-x	50 centesimi	$\frac{50}{100}(40-x) = \frac{1}{2}(40-x)$

Per ottenere una somma complessiva di 5 euro, x dovrà soddisfare l'equazione:

$$\frac{1}{5}x + \frac{1}{2}(40-x) = 5$$

Risolviamo l'equazione

$$\frac{1}{5}x + \frac{1}{2}(40-x) = 5$$

$2x + 5(40-x) = 50$ Moltiplicando i due membri dell'equazione per 10

$2x + 200 - 5x = 50$

$-3x = -150$

$x = \frac{-150}{-3} = 50$

Verifichiamo l'accettabilità delle soluzioni e rispondiamo

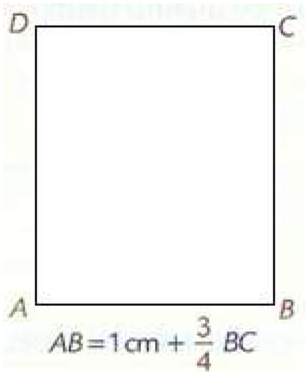
- La soluzione trovata è un numero naturale, ma non soddisfa la condizione $0 \leq x \leq 40$, perciò non è accettabile in relazione al problema proposto.
- Dobbiamo concludere che è impossibile formare la somma di 5 euro utilizzando 40 monete, alcune da 20 e altre da 50 centesimi.

❖ In un rettangolo ABCD la lunghezza di AB supera di 1 cm i $\frac{3}{4}$ della lunghezza di BC. Il perimetro del rettangolo è 37 cm. Qual è l'area del rettangolo?

Familiarizziamo con il problema
Dati

- $\mathrm{AB} = 1\ \mathrm{cm} + \frac{3}{4}\mathrm{BC}$
- Perimetro (ABCD)= 37 cm

Obiettivo
- Area (ABCD)



Costruiamo il modello algebrico del problema
Indichiamo con l'incognita x la misura di BC, ossia poniamo: $\overline{BC} = x$
Osserviamo che dovrà essere x > 0, rappresentando x la misura di un segmento.

In base ai dati possiamo esprimere la misura di AB in funzione di x: $\overline{AB} = 1 + \frac{3}{4}x$

Per determinare x, imponiamo che il perimetro di ABCD sia 37 cm, ottenendo così la seguente equazione:

$$\underbrace{2\left(1+\frac{3}{4}x\right)}_{\overline{AB}} + 2 \cdot \underbrace{x}_{\overline{BC}} = \underbrace{37}_{\text{misura del perimetro di } ABCD}$$

Risolviamo l'equazione

$2\left(1 + \frac{3}{4}x\right) + 2x = 37$

$2 + \frac{3}{2}x + 2x = 37$ Eseguendo la moltiplicazione al 1° membro

$4 + 3x + 4x = 74$ Moltiplicando i due membri per 2

$7x = 70 \implies x = 10$

Verifichiamo l'accettabilità della soluzione e rispondiamo
- La soluzione trovata è accettabile (infatti è positiva). Dunque:

$\overline{BC} = 10$ e $\overline{AB} = 1 + \frac{3}{4} \times 10 = 8{,}5$

- Possiamo ora concludere calcolando l'area del rettangolo:

$Area(ABCD) = 10 \cdot 8{,}5\ cm^2 = 85\ cm^2$

ESERCIZI

Risolvere le seguenti equazioni

$2x-3=5x-2$	$\left[-\frac{1}{3}\right]$
$3x-2=-x$	$\left[\frac{1}{2}\right]$
$-2(x-1)+3(4-x)=2(x-3)-5(2x+1)$	$\left[-\frac{25}{3}\right]$
$5x-7x=8x-1$	$\left[\frac{1}{10}\right]$
$5x-1=-(1-2x)$	[0]
$2\cdot(x-2)^2-3\cdot(x-1)^2-(1-x)\cdot(x-3)=0$	$[\frac{4}{3}]$
$6x-(1-5x)\cdot(x+2)=(3x+2)^2-(2x-3)^2$	$[\frac{1}{3}]$
$(5x+9)^2=9\cdot(x+3)^2+16\cdot(x+1)^2$	$[4]$
$(2x+3)^2-2x\cdot(x+1)=x\cdot(2x+8)-3$	$[-6]$
$(5x-1)\cdot(2x+1)-(9x^2-4)=(x-1)^2-13$	$[-3]$
$3\cdot(x^2+7x)-2\cdot(2x^2-3x)=-(x-1)^2-4$	$[-\frac{1}{5}]$
$x^2-9+(2x+3)^2=5x^2+7\cdot(x-5)$	$[-7]$
$(3x-8)\cdot(x+2)-(x-2)^2=2\cdot(x^2-3x+22)$	[8]

$2-3[x-2(x+1)]=x-[2-(x-3)]$	$[-13]$
$-2[2(x-3)-x]+3[-2(1-x)-4x]=8x$	$\left[\frac{3}{8}\right]$
$(x-1)^2-2(x+1)(x-1)=(x+2)^2-2x(x-3)$	$\left[-\frac{1}{12}\right]$
$(x-1)(x+2)-x(x+3)=(x-2)(x+2)-(x-1)^2$	$\left[\frac{3}{4}\right]$

Risolvere i seguenti problemi con l'uso delle equazioni di primo grado

- Un padre ha 38 anni e il figlio ne ha 14. Dopo quanti anni l'età del padre sarà il doppio di quella del figlio? *[10]*

- La somma tra il doppio di un numero e il triplo del numero stesso è 20. Qual è il numero. [4]

- Trovare due numeri naturali consecutivi sapendo che la loro somma è 49. [24; 25]

- Determinare le lunghezze dei tre lati di un triangolo ABC, sapendo che BC supera AC di 4 cm, AC è il doppio di AB e il perimetro di ABC è 34 cm. *[AB= 6 cm; BC= 16 cm; AC =12 cm]*

- Determinare le ampiezze dei tre angoli di un triangolo ABC, sapendo che $\hat{C}$ è il doppio di $\widehat{A}$ e $\hat{B}$ supera $\hat{C}$ di 55°.
  . $[\widehat{A} = 25°;\ \hat{B} = 105°;\ \hat{C} = 50°]$

- Bisogna ripartire la somma di 2000 euro fra tre persone, in modo che la prima abbia 100 euro più della seconda e la seconda 200 euro più della terza. Trovare le tre somme. [500 €; 700 €; 800 €]

- Un appartamento viene pagato in tre rate. Nella prima rata si paga il 15% del prezzo totale, nella seconda il 50% di ciò che rimane da pagare e nella terza si versano 34 000 euro.
  Qual era il prezzo dell'appartamento? *[80 000 euro]*

- In un parcheggio ci sono moto e automobili. Sapendo che le ruote sono 240 e che in tutto ci sono 66 veicoli, calcola il numero delle moto e quello delle auto. *[54 auto e 12 moto]*

- Suddividere un insieme di 55 persone in tre gruppi, in modo che nel secondo gruppo ci siano 5 persone in più che nel primo e nel terzo gruppo ci siano il doppio delle persone che ci sono nel secondo. *[I gruppi devono essere costituiti di 10, 15 e 30 persone]*

MAPPA DI SINTESI