Ministero Dell'Istruzione
CENTRO PROVINCIALE ISTRUZIONE ADULTI DI UDINE
UDINE - CIVIDALE DEL FRIULI – CODROIPO – GEMONA DEL FRIULI - SAN GIORGIO DI N. – TOLMEZZO
Via Diaz n° 60 – 33100 UDINE (UD) – telefono 0432500634
Codice fiscale 94134770307 - *Codice Scuola – UDMM098007*
e-mail: UDMM098007@istruzione.gov.it *Posta certificata:* - UDMM098007@pec.istruzione.it
Sito web *www.cpiaudine.edu.it*

Secondo periodo didattico	**Asse matematico-scientifico-tecnologico** **Matematica**
Competenza n: 1	**Uda: ARITMETICA E ALGEBRA**
Argomento: Equazioni di primo grado frazionarie	**Ore Fad:**

ANNO SCOLASTICO 2021/2022

Progetti finanziati da

SERVIZIO CORREGIONALI ALL'ESTERO
E INTEGRAZIONE DEGLI IMMIGRATI

TITOLO: EQUAZIONI DI PRIMO GRADO FRAZIONARIE

CONTENUTI	Definire un'equazione frazionaria
MATERIALE DIDATTICO	**Testo**: studiare il contenuto del documento **Video:** https://www.youtube.com/watch?v=J-hJaKzLMfk
Cosa impariamo a fare	Risolvere un'equazione di primo grado frazionaria

ISTRUZIONI PER LO STUDIO A CASA

1. **Leggere il testo e svolgere gli esercizi assegnati presenti in fondo all'unità.**

VERIFICA/CONSEGNA	**Scadenza:** Inviare a COGNOME documento Google oppure COGNOME_FOTO.jpg Indica nell'OGGETTO della mail il COGNOME. **Scadenza:** 15 giorni

Progetti finanziati da

SERVIZIO CORREGIONALI ALL'ESTERO
E INTEGRAZIONE DEGLI IMMIGRATI

UNIONE EUROPEA FONDI STRUTTURALI EUROPEI pon 2014-2020 PER LA SCUOLA - COMPETENZE E AMBIENTI PER L'APPRENDIMENTO-FSE MIUR

REGIONE AUTONOMA FRIULI VENEZIA GIULIA

MINISTERO DELL'INTERNO

Equazioni di primo grado frazionarie

La risoluzione di un'equazione frazionaria

Affrontiamo ora il problema della risoluzione delle equazioni di primo grado frazionarie, cioè delle equazioni che presentano l'incognita in qualche denominatore e che si possono ricondurre alla forma a x = b. Discutiamo insieme un esempio.

ESEMPIO 1:
Consideriamo la seguente equazione frazionaria:

$$\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+1}=\frac{2}{x^2-1}$$

Osserviamo anzitutto che non potranno appartenere al dominio dell'equazione i numeri che rendono nullo qualche denominatore. In altre parole: le soluzioni devono soddisfare le condizioni di esistenza (C.E.) delle frazioni algebriche che compaiono nell'equazione.
Per porre le C.E. scomponiamo i denominatori.

$$\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+1}=\frac{2}{(x-1)(x+1)}$$

Si riconosce ora chiaramente che le condizioni di esistenza sono le seguenti:

C.E. $x \neq 1 \wedge x \neq -1$

La strategia fondamentale per risolvere un'equazione frazionaria è quella di ricondurla a un'equazione intera, moltiplicando i due membri dell'equazione per il minimo comune multiplo dei denominatori. Tale passaggio è lecito perché abbiamo posto le C.E.: infatti il secondo principio di equivalenza richiede che l'espressione per cui si moltiplicano i due membri di un'equazione si mantenga sempre diversa da zero.

$\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+1}=\frac{2}{x^2-1}$ **Il m.c.m. dei denominatori è** $(x-1)(x+1)$

$(x-1)(x+1)\cdot\left(\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+1}\right)=(x-1)(x+1)\frac{2}{x^2-1}$ **Moltiplicando i due membri per il m.c.m.**

$(x-1)(x+1)\cdot\frac{1}{x-1}+(x-1)(x+1)\frac{1}{x+1}=(x-1)(x+1)\cdot\frac{2}{x^2-1}$ **Proprietà distributiva**

$(x+1)+(x-1)=2$

$2x=2 \Rightarrow x=1$

Abbiamo trovato come soluzione dell'equazione il valore x = 1; tuttavia x = 1 non soddisfa le C.E. (annulla il denominatore della prima frazione algebrica), quindi non è soluzione dell'equazione data: dobbiamo concludere che l'equazione originaria è impossibile.

ESEMPIO 2

Risolviamo l'equazione:

$$\frac{1}{x^2-4}-\frac{2}{x+2}=\frac{3}{x-2}$$

► 1° passo. Scomponendo i denominatori dell'equazione, riscriviamo l'equazione nella forma:

$$\frac{1}{(x-2)(x+2)}-\frac{2}{x+2}=\frac{3}{x-2}$$

Poniamo le condizioni di esistenza.

C.E.: $x \neq 2 \wedge x \neq -2$

► 2° passo. Il m.c.m. dei denominatori è $(x-2)(x+2)$.

$$\frac{1}{(x-2)(x+2)}-\frac{2}{x+2}=\frac{3}{x-2}$$

$$(x-2)(x+2)\frac{1}{(x-2)(x+2)}-(x-2)(x+2)\frac{2}{x+2}=(x-2)(x+2)\frac{3}{x-2}$$

$$1-2(x-2)=3(x+2)$$

$$1-2x+4=3x+6$$

$$-2x-3x=6-1-4$$

$$-5x=1 \Rightarrow x=-\frac{1}{5}$$

►3° passo. La soluzione trovata, $x=-\frac{1}{5}$ soddisfa le condizioni di esistenza dell'equazione, quindi è accettabile.

$$x=-\frac{1}{5}$$

Progetti finanziati da

SERVIZIO CORREGIONALI ALL'ESTERO
E INTEGRAZIONE DEGLI IMMIGRATI

ESEMPIO 3

Risolviamo l'equazione:

$$\frac{1}{x^2-2x}-\frac{2}{x^2-4}=\frac{1}{x^2+2x}$$

1° passo. Scomponiamo anzitutto i denominatori; l'equazione si riscrive nella forma:

$$\frac{1}{x(x-2)}-\frac{2}{(x-2)(x+2)}=\frac{1}{x(x+2)}$$

Poniamo le condizioni di esistenza:

C.E. $x \neq 0 \wedge x \neq 2 \wedge x \neq -2$

2° passo. Il m.c.m. dei denominatori è $x(x-2)(x+2)$

$$\frac{1}{x(x-2)}-\frac{2}{(x-2)(x+2)}=\frac{1}{x(x+2)}$$

$$x(x-2)(x+2)\frac{1}{x(x-2)}-x(x-2)(x+2)\frac{2}{(x-2)(x+2)}=x(x-2)(x+2)\frac{1}{x(x+2)}$$

$$(x+2)-2x=(x-2) \Rightarrow x+2-2x=x-2$$

$$-2x=-4 \Rightarrow x=\frac{-4}{-2}=+2$$

3° passo. La soluzione $x=2$ che abbiamo trovato non soddisfa le C.E., quindi è da scartare. L'equazione assegnata è impossibile.

Riflettere
Un'equazione di primo grado frazionaria può risultare impossibile per due motivi:
a. perché l'equazione intera cui ci si riconduce è impossibile;
b. perché la soluzione dell'equazione intera cui ci si riconduce non è accettabile.

SINTESI
Procedimento per risolvere un'equazione frazionaria
1° passo: si determinano le condizioni di esistenza (C.E.) delle frazioni algebriche che compaiono nell'equazione;

2° passo: ci si riconduce a un'equazione intera, moltiplicando i due membri dell'equazione per il minimo comune denominatore e si risolve l'equazione così ottenuta;

3° passo: si confrontano le soluzioni trovate con le condizioni di esistenza e si scartano le eventuali soluzioni che non soddisfano tali condizioni.

Progetti finanziati da
UNIONE EUROPEA FONDI STRUTTURALI EUROPEI PON 2014-2020 PER LA SCUOLA - COMPETENZE E AMBIENTI PER L'APPRENDIMENTO - FSE MIUR
SERVIZIO CORREGIONALI ALL'ESTERO E INTEGRAZIONE DEGLI IMMIGRATI
REGIONE AUTONOMA FRIULI VENEZIA GIULIA
MINISTERO DELL'INTERNO

Risolvere i seguenti esercizi.

- $\frac{1}{x-1}=\frac{3}{x^2-1}-\frac{2}{x+1}$ $\left[\frac{4}{3}\right]$

- $\frac{1}{x^2-2x}+\frac{1}{x^2-4x+4}=\frac{2}{x^3-4x^2+4x}$ [Impossibile]

- $\frac{1}{1-x}-\frac{3}{x^2-1}=\frac{2}{x+1}$ $\left[-\frac{2}{3}\right]$

- $\frac{1}{2x-2}-\frac{1}{3x+3}=\frac{1}{1-x^2}$ $[-11]$

- $\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x}-\frac{1}{x+2}=-\frac{x}{x^2-4}$ $[-1]$

- $\frac{1}{x^2-3x}-\frac{x}{x^2-6x+9}=\frac{1}{3-x}$ $\left[-\frac{3}{2}\right]$

- $\frac{1}{x^2-4x+4}+\frac{x}{x^2+x-6}=\frac{1}{x+3}$ $\left[\frac{1}{3}\right]$

- $\frac{2}{x^2+5x-6}-\frac{1}{x^2-1}=\frac{1}{x^2-3x-4}$ $\left[\frac{22}{13}\right]$

- $\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^2-5x-6}=\frac{2}{x^2+3x-4}$ $\left[\frac{16}{11}\right]$

- $\frac{x}{x^2-6x+9}-\frac{1}{x^2-9}=\frac{1}{x+3}$ $\left[\frac{3}{4}\right]$

Progetti finanziati da

SERVIZIO CORREGIONALI ALL'ESTERO
E INTEGRAZIONE DEGLI IMMIGRATI

UNIONE EUROPEA FONDI STRUTTURALI EUROPEI pon 2014-2020 PER LA SCUOLA - COMPETENZE E AMBIENTI PER L'APPRENDIMENTO - FSE MIUR

REGIONE AUTONOMA FRIULI VENEZIA GIULIA

MINISTERO DELL'INTERNO