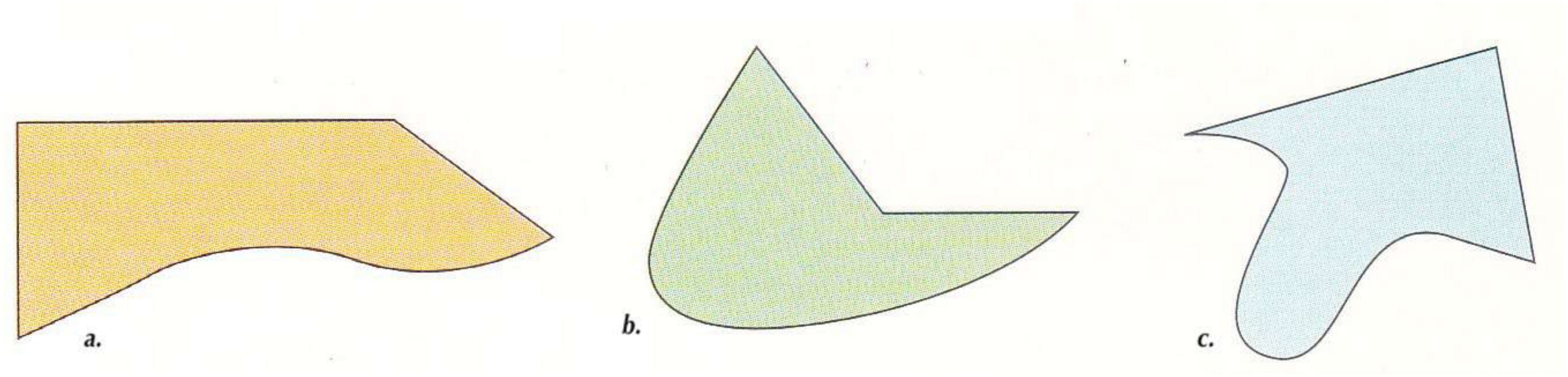
La superficie di una figura geometrica

Qualunque sia il suo contorno, ogni figura piana occupa sempre una superficie.



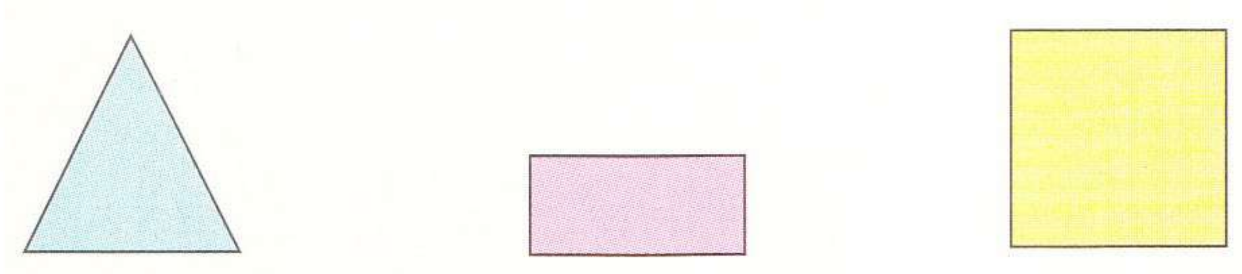
Per misurare la superficie di una figura occorre confrontarla con un'unità di misura.
L'unità di misura delle superfici è il metro quadrato (m^2) con i suoi multipli e sottomultipli:

km^2 hm^2 dam^2 m^2 dm^2 cm^2 mm^2

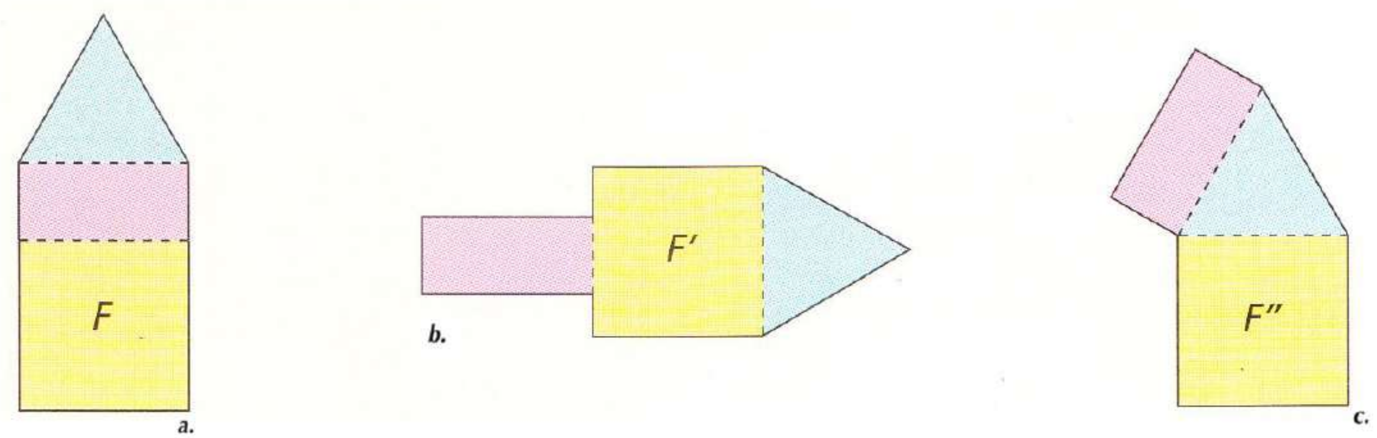
La superficie di una figura geometrica

Un concetto fondamentale della geometria piana è: **equivalenza delle superfici**.

Accostando tra loro un triangolo equilatero, un quadrato e un rettangolo



è possibile ottenere le seguenti figure



che, essendo composte dagli stessi poligoni, occupano la stessa superficie.

La superficie di una figura geometrica

In generale:
Due superfici *A* e *B,* anche di forma diversa, che occupano la stessa parte di piano, si dicono **equivalenti**.
In simboli: $\boldsymbol{A} \doteq \boldsymbol{B}$ e si legge: « A equivalente a B»

PROPRIETÀ

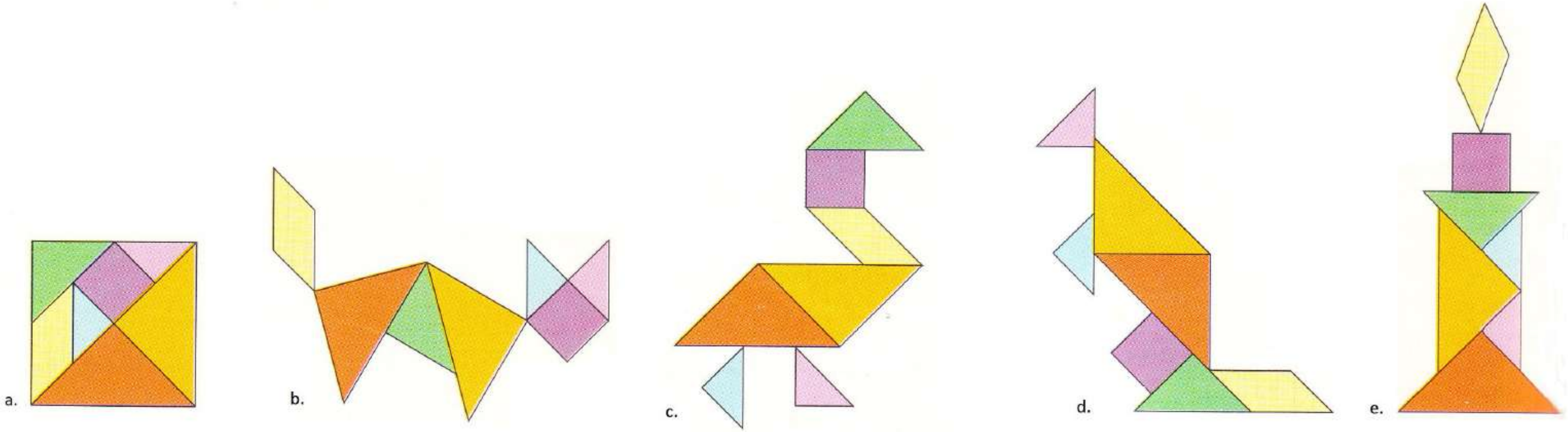
- Due figure congruenti sono sempre equivalenti.
- Due figure equivalenti non sono, in generale, congruenti.

Figure equicomposte

Due figure equicomposte sono necessariamente equivalenti.

Si possono presentare due casi.

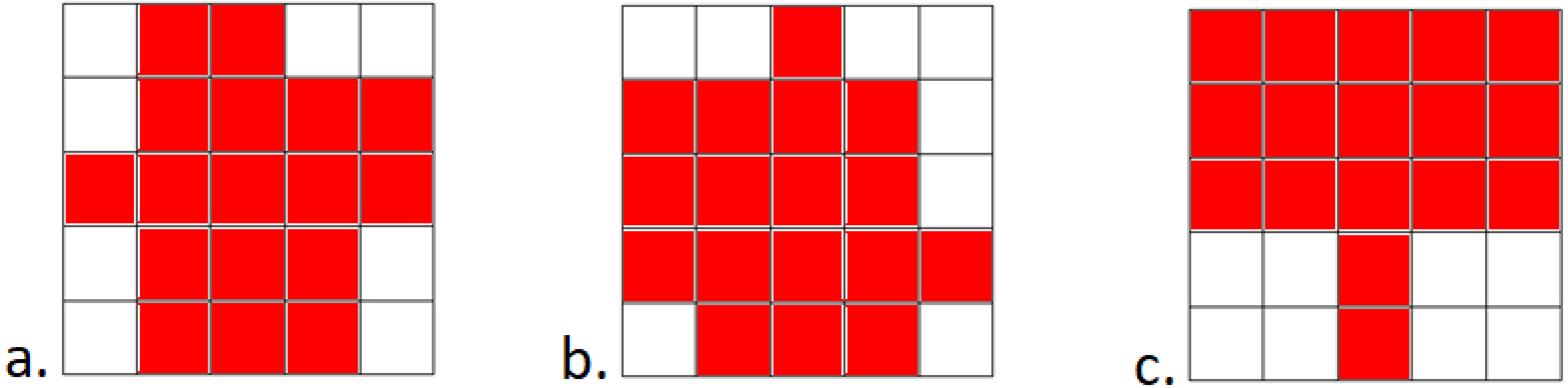
Primo caso - Equiscomponibilità mediante <u>somma</u> di figure.



PROPRIETÀ - Figure che sono state ottenute mediante somma di parti rispettivamente congruenti sono equivalenti.

Figure equicomposte

Secondo caso - Equiscomponibilità mediante <u>differenza</u> di figure.



PROPRIETÀ - Figure che sono state ottenute mediante differenza di parti rispettivamente congruenti sono equivalenti.

CALCOLARE L'AREA DI UNA FIGURA PIANA

Misurare una grandezza vuol dire confrontarla con un'altra omogenea fissata come unità di misura per stabilire quante volte quest'ultima è contenuta in quella da misurare.

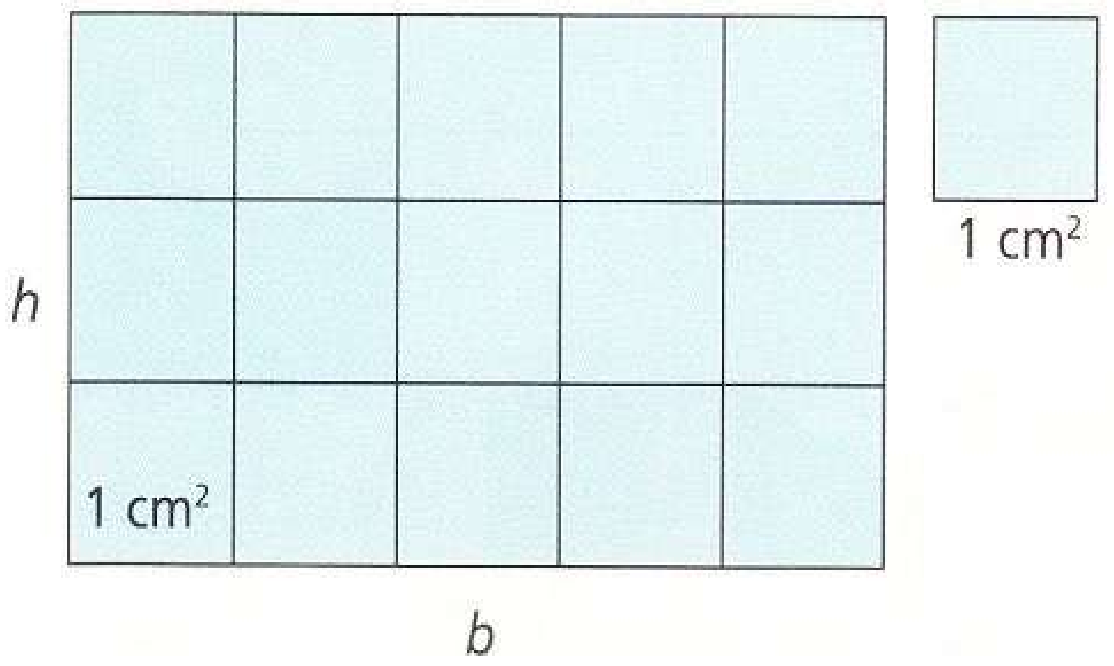
L'unità di misura principale della superficie è il metro quadrato (m^2), definito come la superficie di un quadrato di lato 1 m.

AREA DEL RETTANGOLO

- Si consideri un rettangolo avente la base lunga 5 cm e l'altezza lunga 3 cm. Per calcolare la sua area basterà vedere quante volte un'unità di misura è in esso contenuta.

  Se si sceglie il cm^2 e lo si riporta nel rettangolo, si osserva che quest'ultimo contiene 15 quadratini, cioè l'area è di 15 cm^2.

  A tale risultato si giunge moltiplicando fra loro i numeri 5 e 3 che esprimono, in centimetri, la lunghezza della base *b* e dell'altezza *h*.



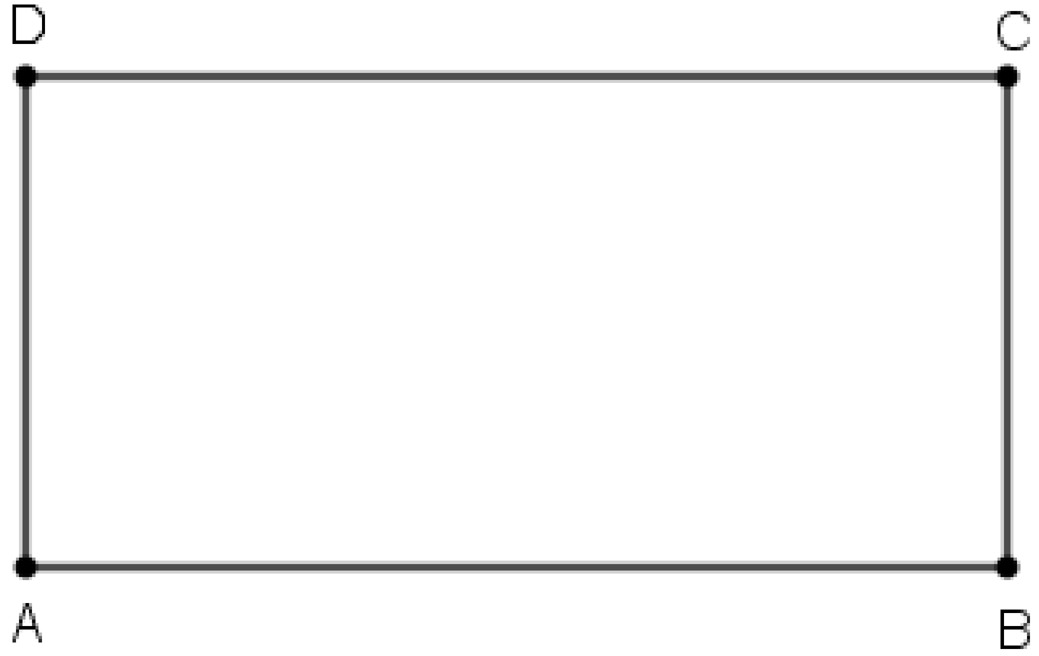
L’area del rettangolo si ottiene moltiplicando la misura della base per quella dell’altezza.

La formula è quindi:

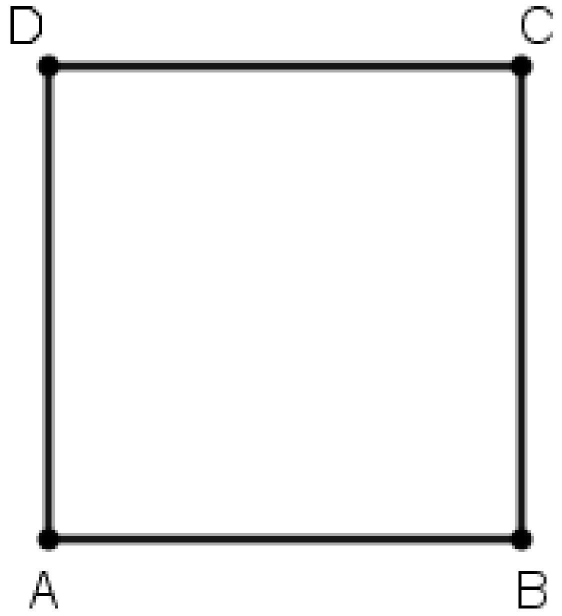
$A\ (ABCD) = \overline{AB} \times \overline{BC}$ (formula diretta)

Le formule inverse permettono di calcolare una dimensione del rettangolo conoscendo l’area e l’altra dimensione:

$\overline{AB} = \frac{A\ (ABCD)}{\overline{BC}}$ $\overline{BC} = \frac{A\ (ABCD)}{\overline{AB}}$ (formule inverse)



AREA DEL QUADRATO



Il quadrato è un particolare rettangolo avente la base congruente all'altezza.
Per calcolare la sua area si può applicare la stessa formula del rettangolo:

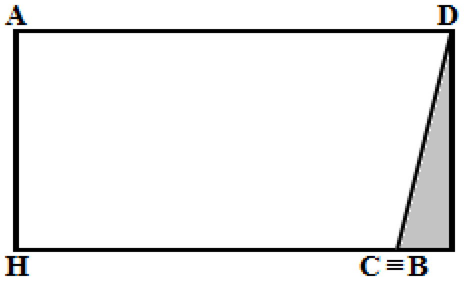
$A\ (ABCD)=\overline{AB} \times \overline{BC}$ dove però $\overline{AB} = \overline{BC}$, cioè l'area del quadrato è $\overline{AB}^{\,2}$.

$A\ (ABCD)=\overline{AB} \times \overline{AB} = \overline{AB}^2$ (formula diretta).

Da questa si ricava la formula inversa, ricordando che l'operazione inversa di elevamento al quadrato è la radice quadrata.

$\overline{AB} = \sqrt{A(ABCD)}$ (formula inversa).

AREA DEL PARALLELOGRAMMA



Osserviamo un parallelogramma: esso è riconducibile a un rettangolo equivalente ottenuto ritagliando il triangolo ABH e disponendolo come in figura.

Un parallelogramma è equivalente a un rettangolo avente la stessa base e la stessa altezza.

A (ABCD) = $\overline{BC}$ x $\overline{AH}$

$$\overline{BC} = \frac{A\,(ABCD)}{\overline{AH}}$$

$$\overline{AH} = \frac{A\,(ABCD)}{\overline{BC}}$$

$A = b \times h$

(formula diretta)

$b = \frac{A}{h}$

(formula inversa)

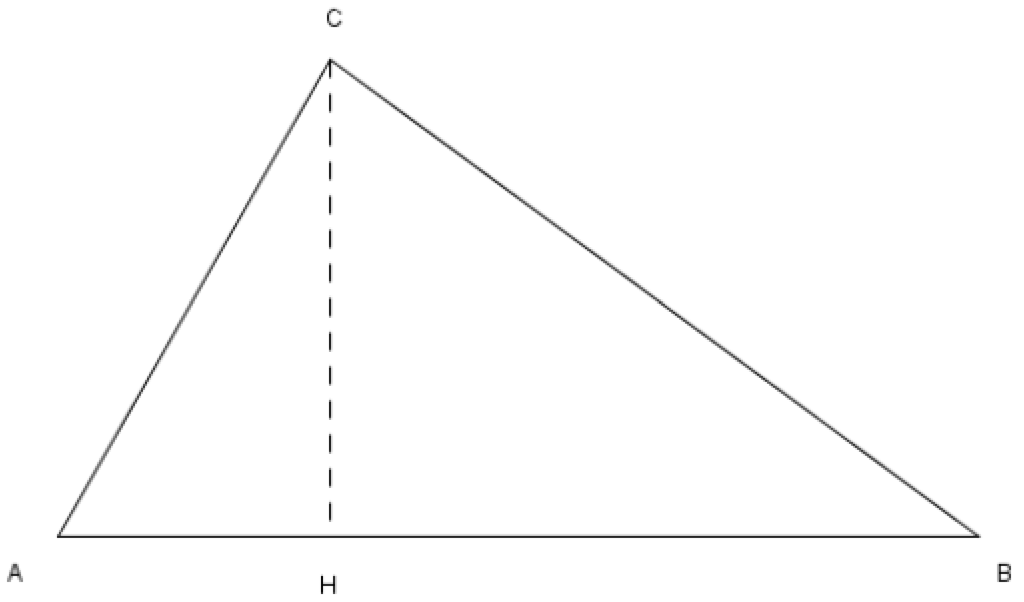
$h = \frac{A}{b}$

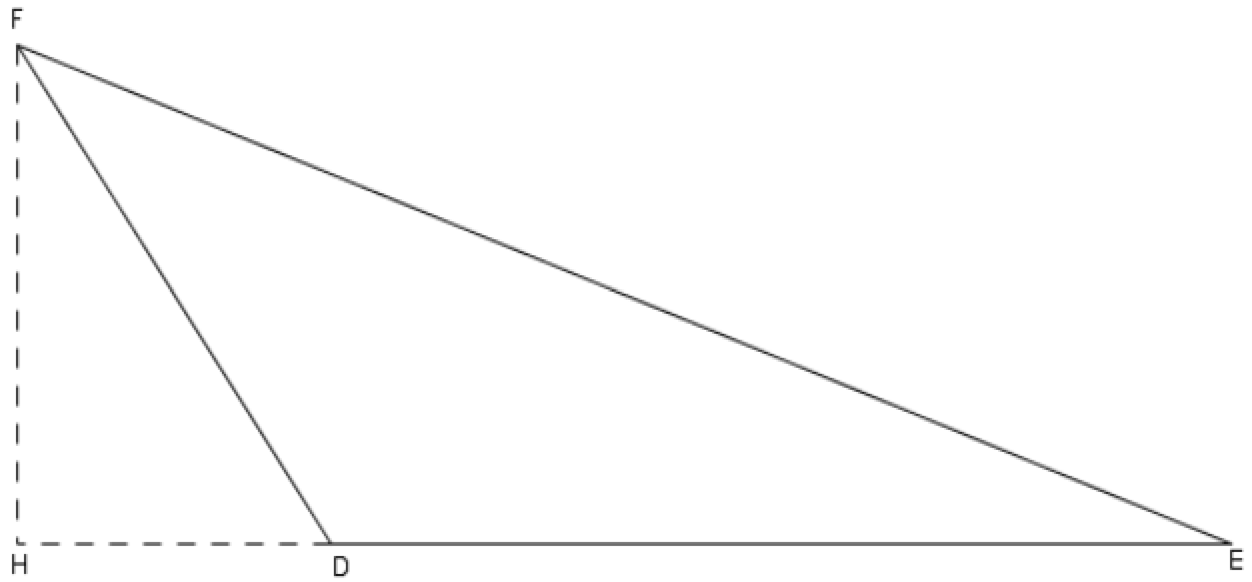
(formula inversa)

AREA DEL TRIANGOLO

Il triangolo è equivalente alla metà di un parallelogramma avente la stessa base e la stessa altezza.

AREA DEL TRIANGOLO





$\overline{CH}$ è il segmento perpendicolare che parte dall'angolo C e arriva alla base, formando 2 angoli retti (90°).
$\overline{FH}$ è l'altezza del triangolo. Nel triangolo DEF l'altezza è esterna.
Per calcolare l'area di un triangolo, quando conosco le misure della base e dell'altezza, la formula è:

$$A\ (ABC) = \frac{\overline{AB} x \overline{CH}}{2}$$

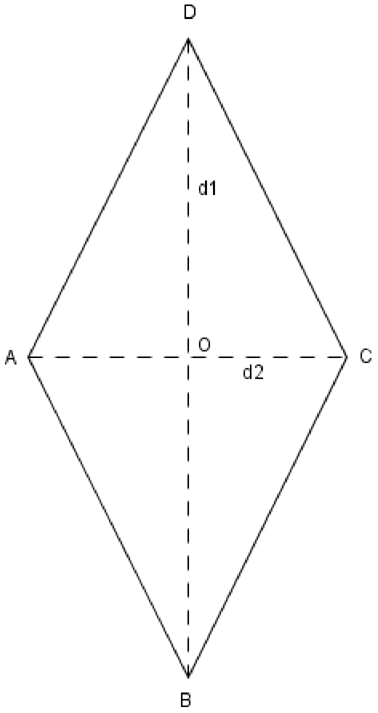
$$A\ (FDE) = \frac{\overline{DE} x \overline{FH}}{2}$$

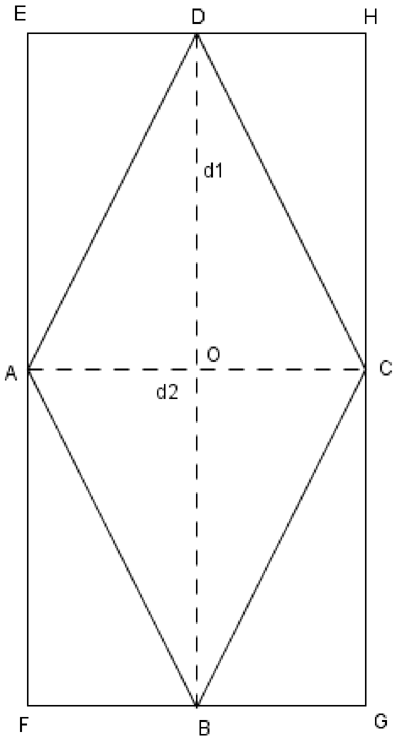
$$\overline{AB} = \frac{A\ (ABC)\ x\ 2}{\overline{CH}} \qquad \overline{CH} = \frac{A\ (ABC)\ x\ 2}{\overline{AB}}$$

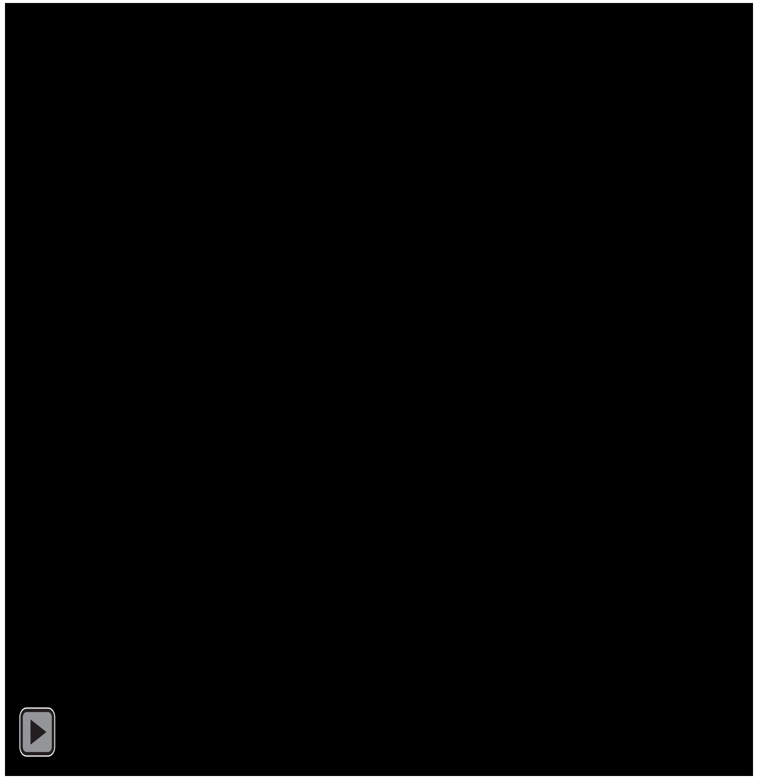
$$\overline{DE} = \frac{A\ (ABC)\ x\ 2}{\overline{FH}} \qquad \overline{FH} = \frac{A\ (ABC)\ x\ 2}{\overline{DE}}$$

AREA DEL ROMBO

Consideriamo un rombo e siano *d1* la diagonale maggiore e *d2* la diagonale minore. Dai vertici *A* e C disegniamo le parallele alla diagonale maggiore e dai vertici *D* e *B* le parallele alla diagonale minore. Osserviamo la figura: il rettangol*o EFGH* ha un'estensione doppia del rombo *ABCD* in quanto è scomposto in otto triangoli congruenti mentre il rombo ne comprende solo quattro.







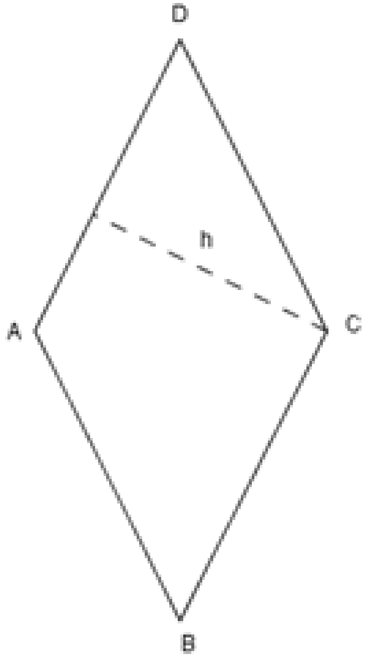
Possiamo allora affermare che:
Un rombo è equivalente alla metà di un rettangolo che ha per base e per altezza rispettivamente le due diagonali del rombo.

Quindi:

L'area del rombo si ottiene moltiplicando le misure delle due diagonali e dividendo tale prodotto per due.

La formula è: $A = \frac{d_1 \times d_2}{2}$ (formula diretta)

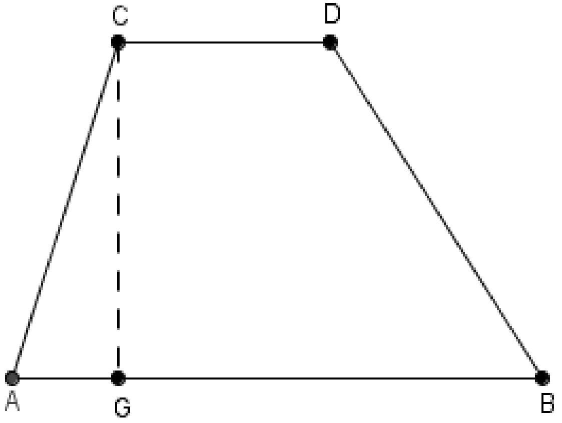
Le due formule inverse sono: $d_1 = \frac{A\,x\,2}{d_2}$ $\quad d_2 = \frac{A\,x\,2}{d_1}$

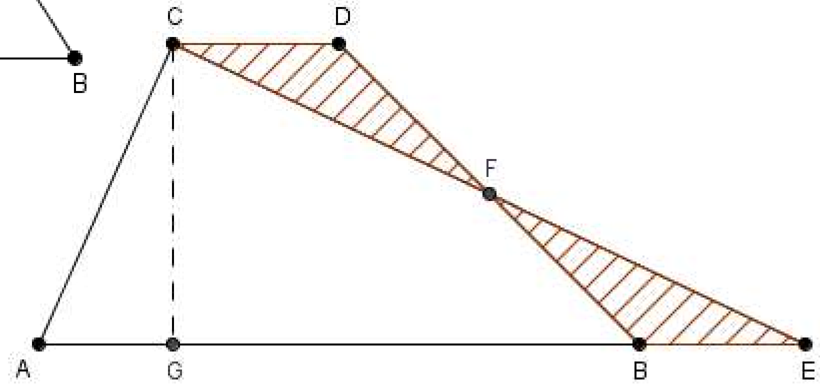


Ricordiamo che un rombo è un particolare parallelogramma avente tutti i lati congruenti; se consideriamo quindi un lato del rombo come base e ne conosciamo la relativa altezza, possiamo calcolarne l'area usando le stesse formule del parallelogramma, cioè:

$A = l \; x \; h$ (formula diretta); $l = \frac{A}{h}$ e $h = \frac{A}{l}$ (formule inverse).

AREA DEL TRAPEZIO





Un trapezio ha la stessa area di un triangolo avente come base la somma delle basi e per altezza la stessa altezza.

$$A\ (ABCD) = \frac{(\overline{AB}+\overline{CD})x\overline{CG}}{2}$$

La misura dell'area del trapezio si ottiene dividendo a metà il prodotto fra la somma delle misure delle basi e la misura dell'altezza.

Dalla formula diretta è possibile ottenere le formule inverse:

$$(\overline{AB} + \overline{CD}) = \frac{A(ABCD)x2}{\overline{CG}}$$

$$\overline{CG} = \frac{A(ABCD)x2}{(\overline{AB}+\overline{CD})}$$